



# 从限制命题推出一般命题之谬误

## ——芝诺追及悖论新解

邓曦泽

**摘要:**在阿基里斯悖论(或追及悖论)中,芝诺为自己的论证限定了一个隐蔽的条件,即限定了有限距离,并两次偷换了问题,从而犯了从限制命题推出一般命题的错误,这一错误也是不完全归纳错误的精致案例。只不过,由于芝诺的归纳对象具有递减性,使得他将有限距离分割成无穷多个样本,从而将有限归纳伪装成无限归纳。芝诺追及悖论不是一个技术问题,即不是论证复杂性问题,而是一个思维问题。揭示该思维盲区,即可破解芝诺追及悖论。

**关键词:**芝诺悖论;限制命题;一般命题;不完全归纳

**DOI:** 10.13734/j.cnki.1000-5315.2021.05.011

**收稿日期:**2020-10-09

**作者简介:**邓曦泽(本名邓勇),男,四川泸州人,四川大学国际关系学院教授、博士生导师,E-mail:dxize@263.net。

### 一 复述与整理

根据亚里士多德的记载,芝诺关于运动的悖论有四个,第二个是追及悖论。亚里士多德说:

第二个是所谓“阿克琉斯”论证。这个论证的意思是说:一个跑得最快的人永远追不上一个跑得最慢的人,因为追赶的人必须首先跑到被追的人跑的出发点,因此走得慢的人必然永远领先。但是,这个论证和第一个论证,即二分法的论证是一回事,分别只在于:在分划那个量时这里不是用的二分法。由论证所得到的结论是:跑得慢的人不可能被赶上,而这个结论是根据和二分法同样的原理得到的——因为在这两个论证里得到的结论都是因为无论以二分法还是以非二分法取量时都达不到终结,在第二个论证里说最快的人也追不上最慢的人,这样说只是把问题说得更明白些罢了——因此,对这个论证的解决方法必然是同一个方法。认为在运动中领先的东西不能被追上这个想法是错误的。因为它领先的时间内是不能被赶上的,但是,如果芝诺允许它能越过所规定的有限的距离的话,那么它也是可以赶上的。这两个论证就说到这里为止。<sup>①</sup>

为了表述方便,这里把运动快者称为阿基里斯(Achilles),把运动慢者称为乌龟。根据亚里士多德的叙述,对芝诺的追及悖论可以整理如下:

- (1)事实前提:乌龟前进了一段距离 $l_0$ ,然后阿基里斯去追乌龟。
- (2)问题:阿基里斯能否追上乌龟?
- (3)芝诺的结论是:阿基里斯不能追上乌龟。

于是,芝诺开始证明其结论。为了结构完整,下面增加(4)这一步。

- (4)求证:阿基里斯不能追上乌龟。

下面是芝诺的论证:

<sup>①</sup>亚里士多德《物理学》,张竹明译,商务印书馆1982年版,第191—192页(239b)。

(5) 当阿基里斯跑完了乌龟先行的一段距离  $l_0$  时, 则乌龟又跑了一段距离  $l_1$ , 则乌龟仍在阿基里斯前面, 即阿基里斯没追上乌龟。

说明: 芝诺说出(5)时, 采取的句式是“当  $p$ , 则  $q$ ”。“当  $p$ , 则  $q$ ”这种句式是限制句, 表达的是限制命题, 即: 在某种情况  $p$  下, (一定) 会产生某种结果  $q$  (“如果  $p$ , 那么  $q$ ”是条件句, 表达的是条件命题)。

(6) 当阿基里斯又跑完了乌龟领先的一段距离  $l_1$  时, 则乌龟又跑了一段距离  $l_2$ , 只不过  $l_2 < l_1$  ( $l_{n+1} < l_n < \dots < l_2 < l_1 < l_0$ ), 则阿基里斯仍没追上乌龟。

说明: 与(5)同理, 当芝诺说出(6)时, 采取的句式仍然是限制句式“当  $p$ , 则  $q$ ”, 表达的是限制命题。

(7) 若此, 可以无限进行下去, 当阿基里斯又跑完了乌龟领先的一段距离  $l_n$  时, 则乌龟又跑了一段距离  $l_{n+1}$ , 则阿基仍留斯没追上乌龟。

(8) 对(7)这个无限进行的过程, 芝诺使用的都是“当  $p$ , 则  $q$ ”句式, 即: “当阿基里斯跑完了乌龟领先的距离  $l_n$  时, 乌龟又跑了一段距离  $l_{n+1}$ 。”

(9) 总结芝诺的论证模式为: 当阿基里斯跑完了乌龟领先的距离  $l_n$  时, 乌龟又跑了一段距离  $l_{n+1}$ , 所以, 阿基里斯仍没有追上乌龟。

(10) 如果我们对(9)中的  $n$  进行赋值, 代入 0 或任意自然数, 就可以得到芝诺的任意论证步骤。

(11) 而对  $n$  作任意代入, 获得的都是真命题, 即“当阿基里斯跑完了乌龟领先的距离  $l_n$  时, 乌龟又跑了一段距离  $l_{n+1}$ 。”

(12) 所以, 阿基里斯不能追上乌龟。

## 二 分析: 芝诺从限制命题推出一般命题

芝诺的结论明显是反常识的, 他的论证过程肯定有错误。问题是: 芝诺的论证究竟错在哪里? 关于这个问题, 两千多年来悬而未决。关于追及悖论, 有许多研究, 例如, 最常见的解决方法, 是运用无穷级数来解决, 但这个方法并不能有效解决芝诺悖论。本文不打算对这些研究作具体述评, 而只需要明确: 追及悖论是一个尚未解决的难题, 而本文的任务是要提出新的解决方案。关键在于本文的方案是否有效, 而不是别的方案是否有效<sup>①</sup>。

本文提出一种新的解决思路, 认为芝诺犯了从限制命题推出一般命题的谬误, 而这一巧妙且隐蔽的谬误尚无人明确指出。本文认为, 芝诺追及悖论不是一个技术问题, 即不是论证复杂性问题, 而是一个思维问题, 即陷入了思维盲区。

在芝诺的推论过程中, 芝诺高明地进行了两次问题偷换, 并隐含了一个限制, 正是这两次问题偷换与一个限制, 才导致了悖论。当我们清楚了这一点, 就会发现, 追及悖论不是悖论, 而是从限制命题推出一般命题, 是一个很精致的不完全归纳错误。

芝诺要解决的问题是(2)所表述的问题(为方便, 称为问题 A): 阿基里斯能否追上乌龟? 须注意, 这一问题是非限制问题, 是一般性问题, 也即没有限制条件的普遍问题。但是, 从(5)到(8), 芝诺把该问题偷换为问题 B: 当乌龟领先时, 阿基里斯跑完乌龟前一阶段领先的距离之际, 阿基里斯能否追上乌龟? 或者: 乌龟与阿基里斯的空间关系是什么? 须注意, 这一问题是限制问题, 即限制了条件(当  $p$ ) 的问题, 其具体限制为“当乌龟领先时, 阿基里斯跑完乌龟前一阶段领先的距离之际……”。这是第一次偷换。然后, 到了(9), 芝诺又把问题偷换回最初的一般问题即问题 A: 阿基里斯能否追上乌龟? 这是第二次偷换。

从(5)到(8), 认为芝诺偷换了问题, 这一断定是否符合实际呢? 答曰: 符合实际。可以看到, 从(5)开始, 直到(8), 芝诺使用的全部都是限制句式“当  $p$ , 则  $q$ ”; 或者说, 把芝诺的意思改写成限制句式, 不会改变芝诺的本意。这些限制句显然都只能应对限制问题, 并且这些限制问题的句法完全一样, 即只能表述为问题

<sup>①</sup>就目前能检索的研究看, 均未发现有人提出与本文提出的解决方案相近的方案, 例如: Simon Prosser, “Zeno objects and supetvenience,” *Analysis*, no.1 (January 2009): 18-26; Andrew Erskine, “Zeno and the Beginning of Stoicism,” *Classics Ireland*, vol. 7 (2000): 51-60; Kevin Davey, “Aristotle, Zeno, and the Stadium Paradox,” *History of Philosophy Quarterly*, no.2 (April 2007): 127-146。

$B$ 。只有在具体限制条件改变时,限制问题中状语的具体条件才可能发生改变。在 $B$ 这个限制问题中,同时在从(5)到(8)的限制句推论中,芝诺假设的条件亦即限制的条件都是乌龟领先,而阿基里斯在后面追。这就意味着,芝诺已经限制了追及的条件,限制了阿基里斯与乌龟的空间关系——不论芝诺是有意还是无意作出这一限制。这一限制(当 $p$ )可以表述为:“当阿基里斯追完乌龟领先的一段距离 $l_i$ 时……”。这就是芝诺推论过程中所隐含的一个限制——这一限制的作用是帮助芝诺限定了归纳范围与对象(参见下文)。明确这一限制后,可以把芝诺所讨论的问题完整地补充出来:“当阿基里斯追完乌龟领先的一段距离 $l_i$ 时,他能否追上乌龟?(或:他与乌龟的空间关系是什么?)”答案肯定是:乌龟又领先了一段距离 $l_{i+1}(l_{i+1} < l_i)$ ,阿基里斯(仍然)没有追上乌龟。

可以看到,这一个限制支持了芝诺的第一次问题偷换。只有加上了这一限制,一般性的问题 $A$ 才能被偷换为限制性的问题 $B$ ,从(5)到(8)的限制句型或限制条件推论才能成立。从推理有效性看,显然,从(5)到(8)的推论完全成立,因为在限制条件下,阿基里斯不可能追上乌龟;同时在事实上,阿基里斯的确没有追上乌龟。这意味着,在限制的条件下,即当阿基里斯仅仅追完乌龟领先的一段距离 $l_i$ 时,他不可能追上乌龟。这在逻辑上是必然的,在经验上是符合观测结果的。

但是,只有在限制条件下,阿基里斯才不可能追上乌龟。芝诺所能限制的最大距离即 $l_0 + l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n$ 之和必须小于 $S$ 。按照通常的算法, $S = l_0 \div (v_1 - v_2) \times v_1$ ( $v_1$ 代表阿基里斯的速度, $v_2$ 代表乌龟的速度)。当 $l_0 + l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n$ 之和等于或超过 $S$ 时,阿基里斯就能追上乌龟。

的确,在 $S$ 这段距离内,无论阿基里斯速度多快,乌龟的速度多慢,乌龟领先的 $l_i$ 虽然越来越小,但都大于0。因此,芝诺追及悖论的真正问题是:在 $S$ 这段距离内,阿基里斯能否追上乌龟?这显然是一个限制问题。只不过,芝诺巧妙地将 $S$ 分解为无穷多个(越来越小的)线段 $l_i$ ,因而问题被修改为:当阿基里斯追完乌龟领先的距离 $l_i$ 时,阿基里斯能否追上乌龟?重复一下, $l_i$ 始终是在 $S$ 的范围内。通过如此分析,芝诺追及问题的限制特征是非常明显的。甚至,还可以对“在 $S$ 这段距离内,阿基里斯能否追上乌龟?”这个问题作加强,以显示其限制特征。由于在 $S$ 这段距离内,阿基里斯事实上便追不上乌龟,因此,该问题可以修改为:“在阿基里斯追不上乌龟这段 $S$ 距离之内,阿基里斯能否追上乌龟?”答案显然是不能追上。但是,由此完全不能推出阿基里斯一般地追不上乌龟的结论。

从(5)到(8)的推论,芝诺都是限制在 $S$ 范围内,亦即限制在乌龟必定领先的范围内进行的,而(9)(10)(11)这三步,是对(5)到(8)的论证方式进行总结和归纳,没有增加新的内容,也都是在限制条件下进行的。但是,芝诺得出结论(12),却是取消了限制的一般命题。从限制命题是不能推出一般命题的,其逻辑形式为:从“当 $p$ ,则 $q$ ”,推不出 $q$ 。(比较一下,从条件命题推不出事实命题的形式是:从“如果 $p$ ,则 $q$ ”,推不出 $p$ 。)

一旦取消限制条件,越出了 $S$ 这段距离,芝诺的推论立即不成立。如果取消限制条件,在一般条件下考察阿基里斯与乌龟的空间关系,当越出距离 $S$ , $l_i$ 就小于0,阿基里斯就能追上乌龟。

其实,关于芝诺在推论中隐含了一个限制,亚里士多德也隐约地注意到了,他说:“因为在它领先的时间内是不能被赶上的,但是,如果芝诺允许它能越过所规定的有限的距离的话,那么它也是可以被赶上的。”“如果芝诺允许”这一句,说明亚里士多德意识到了芝诺对距离作出了限制,也就是限定了归纳对象(参见下文),但是,亚里士多德没有明确指出芝诺的错误乃是从限制命题推出一般命题,并且没有意识到芝诺偷换了两次问题,而是终止了讨论。

本文这样破解追及悖论,没有修改芝诺在论证时使用的任何条件,而仅仅揭示了他从限制命题推出一般命题的,以及他的两次问题偷换。指出芝诺这一错误,也就破解了追及悖论,追及悖论就不再是悖论。芝诺提出追及悖论而没有给出解决方案,我觉得,他很可能把自己也迷惑了,认为从(8)这个限制命题可以推出(12)这个一般命题。

### 三 实质:芝诺追及悖论是不完全归纳错误的精致案例

从限制命题推出一般命题,其实就是不完全归纳。不完全归纳就是在限制条件下(把限制条件表述为命题则是限制命题)推出不受限制的一般结论(一般命题),但不完全归纳是不可靠的。只不过,芝诺所犯的不

完全归纳错误,是很精致的案例,其归纳对象(样本)是非随机的,而具有递减性,与通常的不完全归纳有差异。上面之所以先揭示芝诺的论证形式是从限制命题“当 $p$ ,则 $q$ ”推出一般命题 $q$ ,而没有直接指出芝诺犯的是不完全归纳错误,乃是希望把芝诺的论证过程、形式及其错误展现得更细密一些。

下面,先通过复制芝诺的论证方式,来检验本文对芝诺追及悖论的分析,然后指出,芝诺的错误其实是常见不完全归纳错误的精致案例。

例1:“太阳永远在天空。”

为方便表述,先略作说明。太阳从东方升起,向西方运行,把太阳在中午的位置称为“正上方”,把太阳消失的地方称为“西山”。

- (1)当太阳运行到正上方的一半时(在东方与地面成45度角),太阳在天空。
- (2)当太阳运行到余下的一半时(在东方与地面成67.5度角,余下类推),太阳在天空。
- (3)当太阳又运行到余下的一半时,太阳在天空。
- (4)如此无穷。
- (5)所以,太阳永远在天空。

把正上方换成天空中太阳要经过的任一位置(如西山、东边45度位置等),论证方式与结论皆不变;把一半换成 $8/9$ 、 $1/3$ 、 $1/5$ 等,论证方式与结论也不变。

这个例子与芝诺追及悖论有极大的相似性,其归纳样本也是非随机的,而具有递减性(例2、例3的样本也有,参见下文),唯一的差别在于:在芝诺追及悖论中,阿基里斯与乌龟都是运动的,而在例1中,正上方作为一个空间位置是不动的。

其实,在追及悖论中,乌龟是否运动,根本不影响芝诺的推理。如果我们假定乌龟不动,等待阿基里斯来追,按照芝诺的论证方式,阿基里斯同样追不上乌龟。这里把乌龟不动的情况称为例2。

例2:“阿基里斯追不上静止的乌龟。”

- (1)乌龟在阿基里斯前面一段距离 $l$ 处静止不动,阿基里斯去追龟。
- (2)当阿基里斯追完乌龟领先的距离 $l$ 的一半时,乌龟仍然领先(等于阿基里斯没有追上乌龟)。
- (3)当阿基里斯追完乌龟领先的余下距离的一半时,乌龟仍然领先。
- (4)当阿基里斯又追完乌龟领先的余下距离的一半时,乌龟仍然领先。
- (5)如此无穷。
- (6)所以,乌龟永远领先(等于阿基里斯永远追不上乌龟)。

其实,例1与例2完全同构,甚至就是同一个例子,只不过,例1用太阳取代了阿基里斯,用正上方取代了乌龟,这只是变元的取值不同,毫不影响讨论的过程与结论。

这意味着,采用芝诺的论证方式,一个运动物也永远追不上一个静止目标。上述论证的思路可以简化为:如果一个运动物要追上一个静止目标,首先需要追上初始距离的一半,然后又需要追上剩下的一半的一半,然后又需要追上剩下的一半的一半的一半……,所以,运动物追不上静止目标。

甚至,按照芝诺的论证方式,即便乌龟倒退,阿基里斯同样追不上乌龟。这里把乌龟倒退的情况称为例3。

例3:“阿基里斯追不上倒退的乌龟;或是:相向而行的阿基里斯与乌龟不能相遇。”

- (1)乌龟在阿基里斯前面一段距离 $l$ 处开始倒退,而阿基里斯也去追乌龟。
- (2)当阿基里斯追完 $l$ 的 $1/4$ 时,同时当乌龟倒退完 $l$ 的 $1/4$ 时,阿基里斯没有追上乌龟(等于阿基里斯与乌龟没有相遇,下同)。
- (3)当阿基里斯追完余下距离的 $1/4$ 时,同时当乌龟倒退完余下距离的 $1/4$ 时,阿基里斯仍没有追上乌龟。
- (4)当阿基里斯又追完余下距离的 $1/4$ 时,同时当乌龟又倒退完余下距离的 $1/4$ 时,阿基里斯仍没有追上乌龟。
- (5)如此无穷。

(6)所以,阿基里斯永远追不上乌龟(等于阿基里斯与乌龟永远不能相遇)。

但是,在例3中,必须有一个限制,我们假定的阿基里斯一次追完 $l$ 的比例与乌龟一次倒退 $l$ 的比例之和不能大于 $1/2$ 。若大于 $1/2$ ,在有限的次数内,二者就一定相遇。而当乌龟静止时,阿基里斯一次追 $l$ 的比例只需要小于1;当乌龟与阿基里斯同向运动时,阿基里斯一次追 $l$ 的比例可以等于1。在这3个例子以及芝诺的追及悖论中,都不需要考虑速度的大小。

下面,我们看看通常的不完全归纳。

例4:“太阳永远从东方升起。”

- (1)当前天我起床时,太阳从东方升起。
- (2)当昨天我起床时,太阳从东方升起。
- (3)当今天我起床时,太阳从东方升起。
- (4)所以,太阳永远从东方升起。

对这个例子,还可以在(3)之后加上更多限制性内容,如:

- (3.1)当天晴时,太阳从东方升起。
- (3.2)当天阴时,太阳从东方升起。
- (3.3)当公鸡啼鸣时,太阳从东方升起。

除开上面的命题(4),所有命题都是限制了条件的,从这些命题显然推不出一般命题(4)。在这个意义上,例1、例2、例3都是不完全归纳推理。

例5:“我永远活着。”

- (1)当我睡着时,我活着。
- (2)当我醒着时,我活着。
- (3)无论当我睡着还是醒着时,我都活着。
- (4)所以,我永远活着。

甚至,我们还可以在命题(3)之后加上更多限制性内容,如:

- (3.1)当我吃饭时,我活着。
- (3.2)当张三和我讨论问题时,我活着。

上面的例1、例2、例3、例5的结论都明显反常识,因而可以说这些结论是错的。下面还可以举一个结论正确的归纳命题,但归纳论证过程却是错的(例6)。

例6:“ $2+3=5$ 。”

- (1)在古代, $2+3=5$ 。(“在古代”就是一个限制,若表述为“当 $p$ ”句式,则为“当在古代(时)”,只不过有点别扭。)
- (2)在现代, $2+3=5$ 。
- (3)在未来, $2+3=5$ 。
- (4)在地球上, $2+3=5$ 。
- (5)在月球上, $2+3=5$ 。
- (6)所以, $2+3$ 永远等于5。

虽然(6)这个一般命题是正确的,但是,这一论证过程却是错误的。 $2+3=5$ 这一命题的正确性,不是通过(1)到(5)这种不完全归纳获得的。

例4-6的错误,都是从不完全归纳得出一般命题。

下面,重新分析芝诺的论证,即可知道,芝诺在论证中犯的就是不完全归纳错误,只不过是一个很精致的案例。

芝诺为其论证限制了条件,即把阿基里斯与乌龟的空间关系限制为:当阿基里斯追完乌龟领先的一段距离 $l_i$ 。而乌龟只有在 $S$ 之内才可能领先 $l_i$ ,这就意味着,芝诺将距离限制在 $S$ 之内(亚里士多德也意识到了这一点)。只不过,芝诺不是直接把追及的最大距离限制在 $S$ 之内,而是将 $S$ 转化为阿基里斯与乌龟在 $S$ 之

内的动态的空间关系,并做了无限的递减分割,即 $l_i$ 越来越小,使 $S$ 表现为无穷多个不断递减的 $l_i$ 之和,即 $l_0 + l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n$ ,但 $l_0 + l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n$ 之和始终小于 $S$ 。可以发现,在距离 $S$ 之内与乌龟领先 $l_i$ ,二者实际上是等值的,即当在距离 $S$ 之内,乌龟一定领先 $l_i$ ;而当乌龟领先 $l_i$ ,它一定在距离 $S$ 之内。

当芝诺作出了上述限制后,也就限制了他的归纳范围与对象,为不完全归纳提供了样本。当芝诺对 $S$ 做了无限递减的分割后,他再考察阿基里斯与乌龟的关系,实际上,此时,他是在对 $S$ 之内所有可能的 $l_i$ 进行归纳,并得出所有 $l_i$ 都大于0的结论,即归纳出所有 $l_i$ 都具有大于0的属性,亦即对于所有 $l_i$ ,阿基里斯都没有追上乌龟。看起来, $l_i$ 的数目可以无穷多,但是,其归纳对象的范围总是小于 $S$ ,因此,芝诺的归纳对象是有限的距离,无穷的数目。而芝诺的一般性结论所需要的归纳对象(即距离)必须是无限限制的,即必须大于 $S$ 。不过,芝诺通过 $l_0, l_1, l_2, \dots, l_n$ 都大于0来证明阿基里斯追不上乌龟,这属于归纳法,但求 $l_0 + l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_n$ 之和则不属于归纳法。

每一个 $l_i$ ,都是芝诺的归纳对象(样本),但是,通常的样本是随机的,而芝诺的样本不是随机的,具有规律性特征,即递减性,随着 $i$ 的数值增大, $l_i$ 越来越小, $l_{n+1}$ 一定小于 $l_n$ 。正是样本的递减性,使得芝诺能在有限距离 $S$ 中分割出无穷多个样本 $l_i$ ,从而将有限归纳伪装成无限归纳。

还可以变换一下论证策略,修改一下 $l_i$ 的 $i$ 的取值,则更能看出芝诺犯的是不完全归纳错误。如果沿用芝诺的论证方式,但对 $l_i$ 的 $i$ 取有限值,如取 $l_0$ ,则可以这样推理:

(1) 当阿基里斯跑完了乌龟先行的一段距离 $l_0$ 时,则乌龟又跑了一段距离 $l_1$ ,则阿基里斯没追上乌龟。

(2) 当阿基里斯又跑完了乌龟先行的一段距离 $l_1$ 时,则乌龟又跑了一段距离 $l_2$ ,则阿基里斯仍没追上乌龟。如此等等。

(3) 当阿基里斯又跑完了乌龟先行的一段距离 $l_{10}$ 时,则乌龟又跑了一段距离 $l_{11}$ ,则阿基里斯仍没追上乌龟。

(4) 所以,阿基里斯永远追不上乌龟。

若此,很容易判断,虽然 $l_0 - l_{11}$ 都大于0,但这个论证犯了不完全归纳错误,结论不成立。

与上面这个 $i$ 取有限值 $l_0$ 的明显错误不同,芝诺的 $i$ 取的是无限值,这让人迷惑,因为无穷无尽的 $l_i$ 都大于0。不过,实际上,无穷多个递减的 $l_i$ 之和未必是无限值。

由此可知,芝诺所犯的错误乃是不完全归纳的精致案例。

一些论者通过假定时空性质来破解芝诺悖论,其实是不必的,也是无效的。例如,罗素说:“可以下述的几种方法来避免芝诺的悖论,一是主张时空虽确由点和瞬间构成,但其数目在任何有限的间隔中都是无限的;二是根本否定时空由点和瞬间构成;三是完全否定时空的实在性。芝诺本人作为巴门尼德的支持者,在这三种可能的演绎中似乎采取最后一种,无论如何就时间来说是这样的。”<sup>①</sup>按照罗素的看法,如果通过假定时空具有某种性质(如上述三种情况的任一种)来破解芝诺悖论,那么,我们不应该仅在处理芝诺悖论时认为时空具有该性质,而在不处理芝诺悖论时却认为时空不具有该性质。我们应坚持同一性。坚持同一性,则该时空性质适用于一切时空与一切运动。若此,将该性质用于日常情况,又是否会导致否定阿基里斯能追上乌龟呢?甚至否定运动本身呢?芝诺是在承认运动的前提下得出反常识悖论的,如果假定时空具有某种特性(如否定时空的实在性),岂非可能导致更大范围的反常识结论(如否定运动本身)?其实,破解芝诺悖论,无需专门考虑时空性质问题,按照日常观念处理即可。

也有不少论者试图以无穷级数观念来破解芝诺追及悖论。但是,运用无穷级数观念只能得出:随着 $l_i$ 的 $i$ 的数值增大, $l_i$ 的长度越来越短;这意味着芝诺的样本的长度越来越短,样本数目越来越多,而所有样本都有“大于0”这一属性,从而得出乌龟永远领先于阿基里斯的结论,进而无法指出芝诺追及悖论的漏洞。但实际上,无论芝诺归纳了多少数目的 $l_i$ ,都是在 $S$ 之内进行归纳的。而在 $S$ 之内,阿基里斯当然追不上乌龟。所以,对于破解此悖论,无穷级数是无效的。

<sup>①</sup>伯兰特·罗素《我们关于外间世界的知识——哲学上科学方法应用的一个领域》,陈启伟译,上海译文出版社1990年版,第134页。

芝诺的归纳对象具有递减性和无穷性,并且都大于0,这很具有欺骗性,使人们的思维陷入了盲区。人们没有意识到芝诺所犯的错误其实是不完全归纳错误,亦即从限制命题推出一般命题的错误,而把芝诺的错误想得过于复杂,因而设计了种种方案来破解该悖论,结果总是无法破解。

本文的解决方案其实很简单,或许有人会质疑其有效性。其实,解决问题的关键不在于方法是否复杂,而在于能否有效解决问题,又是否有人提出过同样的解决方案。如果能有效解决问题,方法越简单越好。因此,针对本文的论证过程,质疑者应当思考的是:此文的论证过程究竟是否自洽?有什么漏洞?

## New Solution to Zeno's Achilles' Paradox

DENG Xi-ze

(School of International Studies, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China)

**Abstract:** In Achilles' paradox, Zeno qualified his argument with a hidden condition. He qualified finite distance, and sneakily replaced the problem twice, thus committing the error of launching a general proposition from a restricted proposition. It is also a typical case of incomplete induction of errors. However, because Zeno's induction objects follow the rule of diminishing, he divided the finite distance into an infinite number of samples, thereby disguising the finite induction as an infinite one. Zeno's Achilles' paradox is not a technical problem. It is problem of thinking rather than a problem of complexity argumentation. Zeno's Achilles' paradox can be solved by revealing this thinking blind spot.

**Key words:** Zeno's paradox; restricted proposition; general proposition; incomplete induction

[责任编辑:帅 巍]